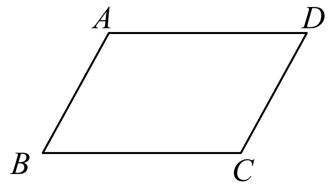
4－2 平行四邊形

主題 2 平行四邊形

【觀念一】平行四邊形的定義

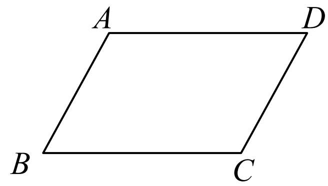
兩組對邊互相平行的四邊形稱為平行四邊形。

如右圖，$\overline{AB} // \overline{CD}$ 且 $\overline{AD} // \overline{BC}$ ，則 $ABCD$ 為平行四邊形



【觀念二】平行四邊形的性質

(1)平行四邊形的鄰角＿＿＿＿＿＿、對角＿＿＿＿＿＿

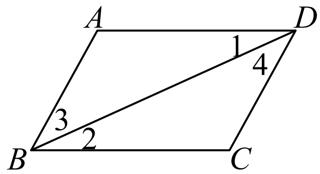


《說明》$\because \overline{AD} // \overline{BC} \Rightarrow \angle A + \angle B = 180^\circ$

$\overline{AB} // \overline{CD} \Rightarrow \angle B + \angle C = 180^\circ$

$\therefore \angle A = \angle C$ 同理 $\angle B = \angle D$

(2)平行四邊形任一對角線，可將此平行四邊形分成兩個＿＿＿＿＿的三角形，且平行四邊形的對邊＿＿＿＿＿



《說明》$\because \overline{AD} // \overline{BC} \Rightarrow \angle 1 = \angle 2$

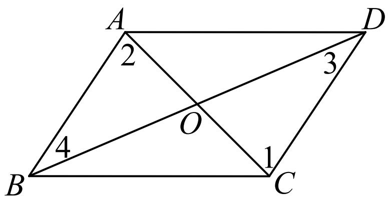
$\overline{AB} // \overline{CD} \Rightarrow \angle 3 = \angle 4$

又 $\overline{BD} = \overline{BD}$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CDB(ASA)$

$\therefore \overline{AB} = \overline{CD}, \overline{AD} = \overline{BC}$

(3)平行四邊形的兩對角線互相＿＿＿＿＿，且將平行四邊形的面積四等分



《說明》在 $\triangle AOB$ 與 $\triangle COD$ 中

$\because \overline{AB} // \overline{CD}$ $\quad \therefore \angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4$

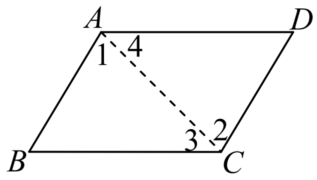
又平行四邊形對邊相等 $\therefore \overline{AB} = \overline{CD}$

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle COD(ASA)$

$\Rightarrow \overline{OA} = \overline{OC}, \overline{OB} = \overline{OD}$ $\quad \therefore \overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 互相平分

【觀念三】平行四邊形的判別性質

(1)兩組對邊相等的四邊形為平行四邊形。如右圖，四邊形 $ABCD$， $\overline{AD}=\overline{BC}$ 且 $\overline{AB}=\overline{CD}$ ，則 $ABCD$ 為平行四邊形



《說明》

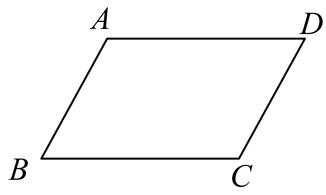
連接$\overline{AC}$

$\because \triangle ABC \cong \triangle CDA(SSS)$

$\therefore \angle 1=\angle 2, \angle 3=\angle 4 \Rightarrow \overline{AB} // \overline{CD}, \overline{AD} // \overline{BC}$

$\therefore ABCD$為平行四邊形

(2)兩組對角相等的四邊形為平行四邊形。如右圖，四邊形 $ABCD$， $\angle A=\angle C$ 且 $\angle B=\angle D$ ，則 $ABCD$ 為平行四邊形



《說明》

$\because \angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360^{\circ}$

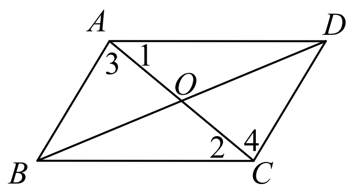
又$\angle A=\angle C, \angle B=\angle D$

$\therefore 2(\angle A+\angle B)=360^{\circ} \Rightarrow \angle A+\angle B=180^{\circ} \Rightarrow \overline{AD} // \overline{BC}$

$2(\angle B+\angle C)=360^{\circ} \Rightarrow \angle B+\angle C=180^{\circ} \Rightarrow \overline{AB} // \overline{CD}$

$\therefore ABCD$為平行四邊形

(3)兩對角線互相平分的四邊形為平行四邊形。如右圖，四邊形 $ABCD$， $\overline{OA}=\overline{OC}$ 且 $\overline{OB}=\overline{OD}$ ，則 $ABCD$ 為平行四邊形



《說明》

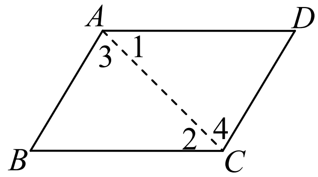
$\because \triangle OAD \cong \triangle OCB(SAS)$

$\therefore \angle 1=\angle 2 \Rightarrow \overline{AD} // \overline{BC}$

$\because \triangle OAB \cong \triangle OCD(SAS)$

$\therefore \angle 3=\angle 4 \Rightarrow \overline{AB} // \overline{CD}$ $\therefore ABCD$為平行四邊形

(4)一組對邊平行且相等的四邊形為平行四邊形。如右圖，四邊形 $ABCD$， $\overline{AD} // \overline{BC}$ 且 $\overline{AD}=\overline{BC}$ ，則 $ABCD$ 為平行四邊形



《說明》

連接$\overline{AC}$

$\because \overline{AD} // \overline{BC} \therefore \angle 1=\angle 2$ 又$\overline{AD}=\overline{BC}, \overline{AC}=\overline{AC}$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle CDA(SAS) \Rightarrow \angle 3=\angle 4 \Rightarrow \overline{AB} // \overline{CD}$

$\therefore ABCD$為平行四邊形