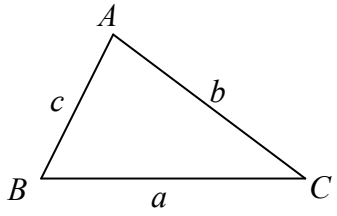
3－3 三角形的邊角關係

主題5 三角形的邊角關係

【觀念一】三角形邊長不等式

(1)_____

$$\begin{cases} a+b>c \\ b+c>a \\ c+a>b \end{cases}$$



(2)_____

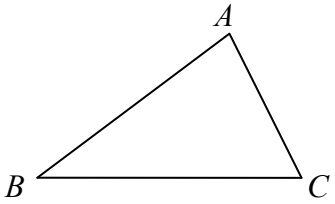
$$\begin{cases} |a-b|<c \\ |b-c|<a \\ |c-a|<b \end{cases}$$

【觀念二】三角形的邊角關係

(1)在一個三角形中，等邊對等角，等角對等邊

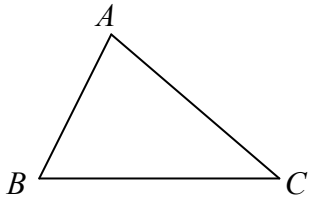
(2)在一個三角形中，若有兩邊不相等，則大邊對大角

《說明》如右圖，$\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}>\overline{AC}$，則 $\angle C>\angle B$



(3)在一個三角形中，若有兩角不相等，則大角對大邊

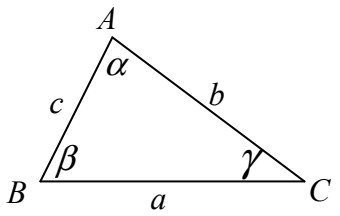
《說明》如右圖，$\triangle ABC$ 中，$\angle B>\angle C$，則 $\overline{AC}>\overline{AB}$



尊重著作權所有・盜翻印法律追究

(4)三角形邊角同號性質

$$\begin{cases}(a-b)(\alpha-\beta)\geq 0\\(b-c)(\beta-\gamma)\geq 0\\(c-a)(\gamma-\alpha)\geq 0\end{cases}$$



【觀念三】三角形形狀邊長關係

(1)鈍角△⇒ _____

(2)直角△⇒ (長邊長)^2 = 另二邊長平方和

(3)銳角△⇒ _____

【觀念四】樞紐定理

(1)二個三角形，二邊長對應相等，如圖，△ABC 與△DEF，$\overline{AB}=\overline{DE}$ 、$\overline{AC}=\overline{DF}$

(2)樞紐定理：若兩邊之夾角不相等，

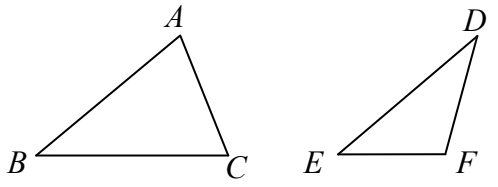
則夾角越大，所對應的邊長也較大，

如圖 $\angle A>\angle D$ ，則 $\overline{BC}$ _____ $\overline{EF}$

(3)逆樞紐定理：若第三邊長不相等，

則較大的第三邊所對的夾角較大，

如圖，若 $\overline{BC}>\overline{EF}$ ，則 $\angle A$ _____ $\angle D$



【觀念五】三角形周長定理

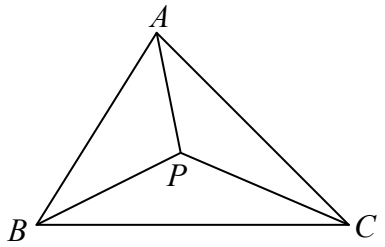
(1) P 為△ABC 內部一點

(2) $\overline{PA}+\overline{PB}+\overline{PC}>$ _____

《說明》$\begin{cases}\overline{PA}+\overline{PB}>\overline{AB}\\\overline{PB}+\overline{PC}>\overline{BC}\\\overline{PC}+\overline{PA}>\overline{AC}\end{cases}$

⇒ 三式相加得 $2(\overline{PA}+\overline{PB}+\overline{PC})>$ 周長

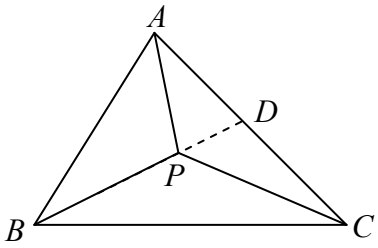
⇒ $\overline{PA}+\overline{PB}+\overline{PC}>\frac{1}{2}$ 周長



尊重著作權所有・盜翻印法律追究

(3) $\overline{PA}+\overline{PB}+\overline{PC}<$ _____

《說明》延長 $\overline{BP}$ 交 $\overline{AC}$ 於 D 點



1° 在 $\triangle ABD$ 中 $\Rightarrow \overline{AB}+\overline{AD}>\overline{BP}+\overline{PD}\cdots\cdots(1)$

在 $\triangle CDP$ 中 $\Rightarrow \overline{DP}+\overline{DC}>\overline{PC}\cdots\cdots(2)$

$(1)+(2)\Rightarrow \overline{AB}+\overline{AD}+\overline{DP}+\overline{DC}>\overline{BP}+\overline{PD}+\overline{PC}$

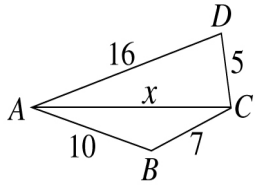
$\therefore \overline{AB}+\overline{AC}>\overline{PB}+\overline{PC}$

$$2^\circ\begin{cases}\overline{AB}+\overline{AC}>\overline{PB}+\overline{PC}\\ \overline{AB}+\overline{BC}>\overline{PC}+\overline{PA}\\ \overline{BC}+\overline{AC}>\overline{PA}+\overline{PB}\end{cases}\Rightarrow \overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}>\overline{PA}+\overline{PB}+\overline{PC}$$

$\therefore \overline{PA}+\overline{PB}+\overline{PC}<$ 周長

(4)三角形周長定理：_____

例 1. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中，$\overline{AB}=10$、$\overline{BC}=7$、$\overline{CD}=5$、$\overline{AD}=16$，則：



(1) x 的範圍為_____

(2)若 x 為正整數，那麼 x 的可能值為_____

解：

尊重著作權所有・盜翻印法律追究