

主 題 5 根與係數關係

【觀念一】根與係數

$ax^2 + bx + c = 0$ 二根為 α 、 β ，則

(1) $\alpha + \beta =$ _____ (2) $\alpha\beta =$ _____

《說明》 $ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0 \Rightarrow (x - \alpha)(x - \beta) = 0$

$$\therefore x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = (x - \alpha)(x - \beta) = x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$$

例 1. 設 α 、 β 為 $2x^2 + x - 3 = 0$ 的兩根，求下列各式之值

(1) $\alpha^2 + \beta^2 =$ _____

(2) $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 =$ _____

(3) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} =$ _____

(4) $\frac{1+\alpha}{\beta} + \frac{1+\beta}{\alpha} =$ _____

(5) $(2\alpha^2 + \alpha - 7)(2\beta^2 + \beta - 9) =$ _____

解：